

Де Бройль толқындары

- Де Бройль гипотезасы. Материяның корпускулалық-толқындық дуализмі
- Де Бройль толқындарының қасиеттері
- Де Бройль толқыны ұзындығы. Де Бройль толқынының теңдеуі.
- Микро- және макрообъектердің де Бройль толқыны ұзындығы

1. 20 ғ. бірінші ширегінің аяғына таман электромагниттік сәуле (жарық) қасиеттерінің корпускулалық-толқындық дуализмі (екі жақтылығы) физиктер үшін айқын дәлелденген фактіге айналғандығы жайында өткен лекцияда айтылған болатын. 1923 ж. француз физигі Луи де Бройль батыл гипотеза ұсынды. Осы гипотезаға сәйкес корпускулалық-толқындық дуализм әмбебап қасиет болуы тиіс, яғни жарықтың толқындық қасиеттерімен қатар корпускулалық қасиеттері болатындай зат бөлшектерінің корпускулалық қасиеттермен қатар толқындық қасиеттері де болады. Және бөлшектің толқындық және корпускулалық сипаттамаларын байланыстыратын қатынастар электромагниттік сәуле үшін қандай болса, сондай болады деп ұйғарды. Фотонның E_φ энергиясы мен p_φ импульсы ω жиілігі және λ толқын ұзындығымен $E_\varphi = \hbar\omega$, $p_\varphi = \hbar k = 2\pi\hbar/\lambda$ қатынастарымен байланысқан. Де Бройль гипотезасына сәйкес энергиясы E және импульсы p еркін қозғалатын бөлшекке толқындық процесс сәйкес келеді, оның жиілігі

$$\omega = E / \hbar, \nu = E/h \quad (1)$$

ал толқын ұзындығы

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{h}{p} \quad (2)$$

болады.

x осі бойымен таралатын жиілігі ω жазық электромагниттік толқын комплекс түрде былай өрнектеледі.

$$s(x,t) = A \exp[-i(\omega t - kx)], \quad \varepsilon = \varepsilon_0 \exp[-i(\omega t - kx)] = \varepsilon_0 \exp[-\frac{i}{\hbar}(E_\phi t - p_\phi x)] \quad (3)$$

мұндағы A - толқын амплитудасы, ε -электр өрісінің кернеулігі, ε_0 -амплитуда, ω және $k = 2\pi / \lambda$ - циклдік жиілік және тоқындық сан (толқынның параметрлері), $E_\phi = \hbar\omega$ және $p_\phi = \hbar k$ - фотонның энергиясы және импульсы (бөлшектің параметрлері).

Де Бройль гипотезасына сәйкес x осі бойымен қозғалатын энергиясы E және импульсы p бөлшекке сол бағытта таралатын және бөлшектің толқындық қасиеттерін бейнелейтін

$$\psi(x,t) = \psi_0 \exp[-\frac{i}{\hbar}(Et - px)] \quad (4)$$

жазық толқын сәйкес келеді. Осы толқын де **Бройль толқыны** деп аталады. Бөлшектің толқындық және корпускулалық қасиеттерін байланыстыратын

$$E = \hbar\omega, \quad \vec{p} = \hbar\vec{k} \quad (5)$$

қатынастары де **Бройль теңдеулері** деп аталады, мұндағы \vec{p} - бөлшектің импульсы, ал \vec{k} - толқындық вектор, $|\vec{k}| = 2\pi / \lambda$.

2. Де Бройль толқындарының қасиеттерін қарастырайық.. Ең алдымен атап өтетін нәрсе, материя толқындары - де Бройль толқындары – таралу процесінде кәдімгі толқындық заңдар бойынша шағылады, сынады, интерференцияланады және дифракцияланады.

ω жиілікпен және k тоқындық санмен екі жылдамдық – фазалық v_ϕ және топтық u жылдамдық байланысқан:

$$v_\phi = \frac{\omega}{k} \quad \text{және} \quad u = \frac{d\omega}{dk} \quad (6)$$

Екі өрнектің де алымы мен бөлімін \hbar -қа көбейтеміз:

$$\hbar\omega = E \quad \text{және} \quad \hbar k = 2\pi\hbar / \lambda = p, \quad (7)$$

мұндағы екінші теңдік (2)-ің негізінде жазылған.

Релятивтік емес жағдайды қарастырумен шектелеміз.

$E = k = \frac{p^2}{2m}$ - кинетикалық энергия деп ұйғарып, (6) қатынастарын

(7)-ың көмегімен мына түрде жазамыз:

$$v_{\varphi} = \frac{E}{p}, u = \frac{d}{dp} \left(\frac{p^2}{2m} \right) = \frac{p}{m} = v.$$

Осыдан топтық жылдамдықтың бөлшек жылдамдығына тең болатындығы көрінеді яғни бақыланатын шама болып табылады.

Де Бройль толқындарының фазалық жылдамдығы

$$v_{\varphi} = \frac{E}{p} = \frac{E}{\sqrt{2mE}} = \sqrt{\frac{E}{2m}} = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2m}}, \quad (8)$$

яғни ω жиілікке тәуелді, демек дебройльдық толқындардың тіпті вакуумда да дисперсиясы болады.

3. Релятивтік емес ($v \ll c$) бөлшек үшін де Бройль толқын ұзындығы

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi}{m_0v} \text{ немесе } \lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0K}}, \quad (9)$$

мұндағы m_0 - бөлшектің тыныштық массасы, $K = p^2 / 2m_0$ - бөлшектің кинетикалық энергиясы.

Релятивтік бөлшек жағдайында ($v \sim c$) бөлшектің p импульсы мен K кинетикалық энергиясы арасындағы байланыс мына қатынаспен анықталады

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{K(K + 2m_0c^2)} = \sqrt{2m_0K} \sqrt{1 + K/(2m_0c^2)}. \quad \text{Осы}$$

өрнекті (2)-ге қойып, релятивтік бөлшек үшін де Бройль тоқын ұзындығы өрнегін аламыз

$$\lambda_{p\text{rel}} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0K} \sqrt{1 + K/(2m_0c^2)}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 + K/(2m_0c^2)}}, \quad (10)$$

мұндағы λ (9) өрнекпен анықталады.

4. Микробөлшектердің дебройльдық толқын ұзындықтарының реттік шамасын анықтау үшін U үдеткіш потенциалдар айырымынан өткен электронның де Бройль толқыны ұзындығын табайық. Анықтылық үшін электронды релятивтік емес деп есептейміз. Осы жағдайда (9) өрнегіне сәйкес:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0K}} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0eU}}. \quad (11)$$

(11)-ге тұрақтылардың сан мәндерін қоямыз, сонда $\lambda = \sqrt{150.4/U} \cdot 10^{-10}$ м болады. Демек U мәні ондаған вольттан бірнеше киловольтқа дейін болғандағы электронның дебройльдық толқын ұзындығының реттік шамасы 10^{-10} м болады екен. Атомдардың мөлшері, және де қатты денелердегі атомдар, молекулалардың арақашықтығының реттік шамасы да дәл осындай - 10^{-10} м екендігі белгілі. Сондықтан электрондардың дебройльдық толқындарының дифракциясы, рентген сәулелеріне ұқсас, заттың кристалдық құрылымында байқалуы тиіс.

Енді макроскопиялық, бірақ жеткілікті кіші объект – массасы $m = 10^{-6}$ г, ал жылдамдығы $v = 1$ мм/с тозаңның де Бройль толқыны ұзындығын есептейік. (2) қатынасын пайдаланып, λ -ны табамыз:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{mv} = \frac{6.6 \cdot 10^{-34}}{10^{-9} \cdot 10^{-8}} = 6,6 \cdot 10^{-22} \text{ м.}$$

Табылған толқын ұзындығы тозаңның өзінің мөлшерінен ғана емес, физикада белгілі ең кіші мөлшер – реттік шамасы 10^{-15} м болатын атом ядросы мөлшерінен де өте көп кіші. Сондықтан бұл шама өлшеуге келмейді де, макроскопиялық денелердің толқындық қасиеттерін байқау мүмкін болмайды.

Сұрақтар

1. Де Бройль гипотезасының мәнісі неде?
2. Неліктен микробөлшек үшін траектория ұғымын қолдануға болмайды?
3. Де Бройль толқын ұзындығының бөлшек массасына тәуелділігі қандай?
4. Материяның толқындық табиғаты неліктен күнделікті тәжірибелерде білінбейді?
5. Фотонның массасы электронның тыныштық массасына тең болуы үшін фотонның дебройльдық толқын ұзындығы қандай болуы керек?
6. Бөлшектің жылдамдығы қандай болғанда оның дебройльдық және комптондық толқын ұзындықтары өзара тең болады?

7. Бөлшектің жылдамдығы төмендегенде фазалық жылдамдық қалай өзгереді?

8. Де Бройль толқынының фазалық және топтық жылдамдықтары үшін формулаларды пайдаланып, фотон үшін бұлар неге тең болатынын анықтаныз. Алынған нәтижені түсіндіріңіз.

9. Де Бройль толқындарынан құрастырылған толқындық пакет неліктен вакуумда жайылып кетеді?